

Trabajo Fin de Grado

Análisis estadístico de la producción y eficiencia
productiva de empresas familiares y no
familiares del sector manufacturero español
Statistical analysis of the production function
and the efficiency of Spanish manufacturing
family and non-family firms

Autora

María Ramos Blanco

Director

Manuel Salvador Figueras

Facultad de Economía y Empresa

2017

Autor del trabajo: María Ramos Blanco.

Director del trabajo: Manuel Salvador Figueras.

Título del trabajo: Análisis estadístico de la producción y eficiencia productiva de empresas familiares y no familiares del sector manufacturero español. (Statistical analysis of the production function and the technical efficiency of Spanish manufacturing family and non-family firms).

Titulación a la que está vinculado: Doble Grado en Derecho y Administración y Dirección de Empresas.

Resumen

En este trabajo se analizan las funciones de producción y el nivel de eficiencia técnica de una muestra de empresas familiares y no familiares del sector manufacturero español. Así mismo, se estudia la relación existente entre productividad y rentabilidad empresarial. Para ello se utilizan modelos de frontera estocástica para datos de panel. Nuestros resultados muestran que, aunque no se aprecian diferencias significativas entre las funciones de producción de estos dos tipos de empresas, las empresas no familiares tienden a ser más eficientes que las familiares en el uso de sus recursos. También se aprecia la existencia de una relación positiva entre eficiencia y rentabilidad empresarial, lo cual pone de manifiesto la importancia de mejorar el nivel de eficiencia de las empresas españolas.

Abstract

This paper analyses the production functions and the technical efficiency of a sample of Spanish manufacturing family and non-family firms. Likewise the relationship between productivity and profitability is also analyzed. To that aim some stochastic frontier models for panel data are used. Our results show that there are not significant differences between the production functions of family and non-family firms, but non-family firms tend to be more efficient than family firms. Moreover, the results confirm a positive relationship between efficiency and profitability, which emphasize the importance of improving efficiency.

ÍNDICE

I. Introducción	1
II. Marco teórico	3
1. Medición de la eficiencia productiva	3
2. Modelos de frontera estocástica	6
3. Modelos de eficiencia para datos de panel	8
3.1 Modelo de regresión lineal con eficiencia constante	9
3.2 Modelo de regresión lineal con eficiencia con tendencia lineal	9
3.3 Modelos de frontera estocástica con componentes del error	10
III. Descripción de los datos	12
IV. Estudio empírico	15
1. Modelos de regresión lineal con eficiencia constante	15
1.1 Funciones de producción comunes a empresas familiares y no familiares	15
1.2 Funciones de producción diferenciadas para empresas familiares y no familiares	15
2. Modelos de regresión lineal con tendencia lineal en la eficiencia	17
2.1 Funciones de producción comunes a empresas familiares y no familiares	17
2.2 Funciones de producción diferenciadas para empresas familiares y no familiares	17
2.3 Comparación entre la regresión lineal con eficiencias invariantes y cambiantes	19
3. Modelos de frontera estocástica con componentes del error	20
4. Relación entre eficiencia y rentabilidad	26
V. Conclusiones	28
Referencias	30
Anexo: Programas informáticos	32
1. Modelos de regresión lineal con eficiencia constante	32
2. Modelos de regresión lineal con tendencia lineal en la eficiencia	33
3. Modelos de frontera estocástica con componentes del error	35

I. INTRODUCCIÓN

En un entorno empresarial tan competitivo como el actual es necesario un gran desempeño empresarial para poder sobrevivir en el mercado. La manera más extendida de medir dicho desempeño es mediante el análisis del uso de recursos o de la eficiencia. De esta manera, cada entidad puede conocer cuál es su situación y aprender del resto; implantar o no una política de incentivos para motivar a sus trabajadores; o incluso analizar cuál es la situación en sus diferentes plantas productivas o sedes para organizar sus recursos de la mejor manera posible.

En los últimos años ha cobrado gran importancia el estudio de las empresas familiares, por las especificidades que presentan. Entre otros aspectos, se ha investigado su tendencia a realizar inversiones a largo plazo por considerar que la empresa es un activo que ha de perdurar entre generaciones (Tápies, 2009), la mayor tasa de reinversión de beneficios en la empresa frente a otros usos y los mayores incentivos que tienen a la hora de reinvertir para evitar dañar la reputación de la familia, los menores conflictos de agencia a los que se enfrentan por su agilidad y flexibilidad derivada de la motivación y estabilidad de sus equipos profesionales, su compromiso con el entorno por razones emocionales (Instituto de la Empresa Familiar, 2015), los menores costes de financiación a los que se enfrentan (Gallizo y Vázquez, 2013), etc. Todo esto hace presuponer que las empresas familiares vayan a ser organizaciones eficientes ya que, al depender la riqueza de las familias de la actuación de la empresa en el mercado, los propietarios tienen más incentivos para invertir y mejorar su eficiencia que otras empresas cuyos propietarios sean accionistas particulares de grandes empresas de propiedad atomizada.

En este trabajo queremos comprobar hasta qué punto estas afirmaciones son ciertas en el sector manufacturero español y para ello estimaremos la eficiencia de una muestra de empresas de dicho sector y analizaremos su relación con su rentabilidad. Nuestro punto de partida es el trabajo de Martikainen y otros (2009) en el que se analiza si la mayor rentabilidad y valoración en el mercado de las empresas familiares está relacionada con su eficiencia; la investigación la llevan a cabo utilizando datos de 159 empresas manufactureras estadounidenses durante el periodo 1992-1999 mediante la estimación de modelos de regresión. Inspirado en este trabajo surge la investigación realizada, en la cual se hace uso de datos de 93 empresas no bancarias españolas durante

el periodo 2008-2015 pero, a diferencia de Martikainen y otros (2009) utilizaremos técnicas estadísticas de estimación de la eficiencia y, más concretamente, los modelos de frontera estocástica para datos de panel que nos van a permitir también analizar si la eficiencia es constante o no en el tiempo.

En particular estudiaremos si las empresas familiares y no familiares comparten tecnología, es decir, tienen la misma función de producción y, si es así, si existen diferencias de eficiencia entre ambas. Si no existen diferencias en la tecnología, podremos determinar si las empresas familiares son más o menos eficientes que las no familiares, o si no se aprecian diferencias significativas. Además, se estudiará si la eficiencia de la empresa es constante en el tiempo o si se produce una mejora de la misma a lo largo de los años.

Finalmente, y con el fin de analizar la importancia del análisis de eficiencia en el entorno empresarial, se analiza la relación entre ésta y la rentabilidad de la empresa haciendo uso de diversos ratios que determinan la *performance* empresarial.

El trabajo se organiza como sigue: en la sección 2 se describe el marco teórico del trabajo revisando, brevemente, cómo se analiza la eficiencia desde un punto de vista estadístico haciendo especial hincapié en los modelos de frontera estocástica; en la sección 3 se describen los datos utilizados para la realización de la investigación; en la sección 4 se desarrolla el estudio empírico mediante modelos de frontera estocástica, y se analiza, además, la relación entre productividad y rentabilidad; en la sección 5 se presentan las conclusiones del estudio, incluyendo las limitaciones del mismo y posibles extensiones. Se incluye, además, un anexo que contiene los programas informáticos utilizados para estimar los modelos considerados en el trabajo.

II. MARCO TEÓRICO

1. MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA PRODUCTIVA

La finalidad del análisis estadístico de la eficiencia empresarial, conocido en la literatura con el nombre de “Benchmarking” (Bogetoft y Otto, 2011), es comparar la actuación de una empresa frente a la de otras que transforman el mismo tipo de recursos en el mismo tipo de productos o servicios. Esta transformación puede estar afectada por variables no controlables (recursos fijos o características de la empresa tales como su sector o tamaño) así como por las habilidades y esfuerzos de la administración de la empresa (ver Figura 2.1).

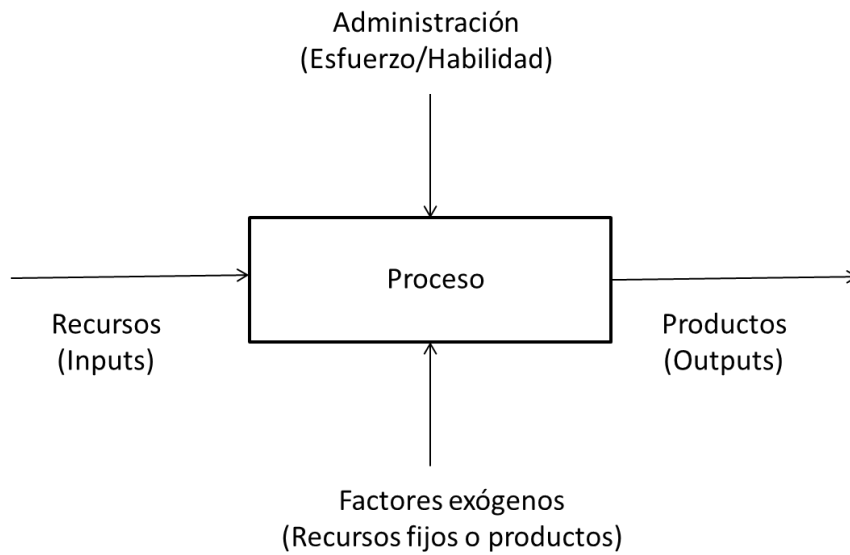


Figura 2.1: Sistema de producción. Fuente Bogetoft y Otto (2011)

La comparación puede realizarse a nivel de producción, costes o beneficios, si bien en adelante haremos referencia únicamente a la eficiencia productiva, que es la que se analiza en el trabajo.

Para ello partimos de una muestra aleatoria simple de k empresas que utilizan m inputs $x^k = (x_1^k, \dots, x_m^k) \in R_+^m$ para producir n outputs $y^k = (y_1^k, \dots, y_n^k) \in R_+^n$. Definimos la tecnología de producción de las empresas como el conjunto de combinaciones de inputs y outputs tales que el input puede producir el output de forma que:

$$T = \{(x, y) \in R_+^m \times R_+^n | x \text{ puede producir } y\} \quad (2.1)$$

A la hora de establecer cuándo una empresa es más eficiente que otra diremos que (x^2, y^2) domina a (x^1, y^1) si $x^2 \leq x^1$, $y^2 \geq y^1$ y $(x^1, y^1) \neq (x^2, y^2)$, es decir, si la empresa 2 puede producir una cantidad de outputs mayor o igual que a empresa 1 con un número menor o igual de inputs. A partir de esta definición que una empresa (x, y) es eficiente-Koopmans si no puede ser dominada por ninguna otra empresa $(x', y') \in T$. Desde un punto de vista más aplicado el concepto de eficiencia más utilizado es el propuesto por Debreu (1951) y Farrell (1957) conocido como eficiencia-Farrell y que se basa en la idea de utilizar el menor número de inputs o recursos para producir la mayor cantidad de outputs de forma que, la eficiencia Farrell basada en inputs (eficiencia input) viene dada por:

$$E = \min\{E > 0 | (Ex, y) \in T\} \quad (2.2)$$

y la basada en outputs (eficiencia output):

$$F = \max\{F > 0 | (x, Fy) \in T\} \quad (2.3)$$

De esta forma una condición necesaria (aunque no suficiente) para que una empresa sea eficiente, es que su eficiencia Farrell (tanto input como output) sea igual a 1 y el conjunto de las empresas eficientes Farrell estaría situado en la frontera de T (ver Figura 2.2)

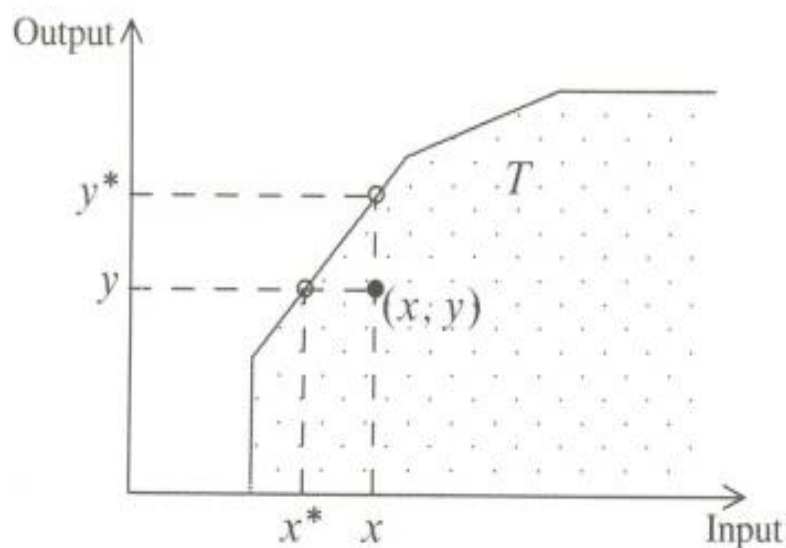


Figura 2.2: Eficiencia Farrell con un input y un output. Fuente Bogetoft y Otto (2011)

El problema radica en que T , la tecnología de producción no se conoce y es necesario estimarla a partir de la información disponible sobre la actividad productiva

de las empresas. Una vez estimada, la eficiencia productiva se determina por la distancia entre el dato real observado de la empresa y la frontera.

Los modelos para la determinación de fronteras se clasifican, por un lado en paramétricos y no paramétricos y, por el otro, en determinísticos y estocásticos. En los métodos paramétricos la forma funcional de la frontera está definida a priori salvo un conjunto de parámetros que deben estimarse a partir de los datos; mientras que los modelos no paramétricos no imponen una forma funcional concreta sino tan solo algunas propiedades más débiles como su crecimiento/decrecimiento, su convexidad o la existencia de retornos constantes/variables a escala. Por su parte, los modelos determinísticos suponen que no existen errores de medida en los datos observados y que la eficiencia se puede estimar sin error a partir de los residuos del modelo; mientras, los estocásticos, sí admiten la existencia de ruido de forma que el término de error del modelo se descompone en ruido estadístico e ineficiencia, generándose el problema de separabilidad entre ambos.

Según el tipo de modelo utilizando aparecen diversos métodos de estimación tanto de la frontera como de la eficiencia de las empresas. Los dos métodos más utilizados son DEA (Análisis Envolvente de Datos, por sus siglas en inglés) y SFA (Modelos de Frontera Estocástica).

DEA (Charnes y otros, 1978, 1979; Cooper y otros, 2007; Bogetoft y Otto, 2011; Behr, 2015) es un método no paramétrico de programación matemática que estima las fronteras de producción a partir de las mejores prácticas de las empresas, pudiendo evaluar la eficiencia relativa de las empresas o unidades de decisión (DMUs). La tecnología T se estima a partir del principio de mínima extrapolación mediante

$$T^* = \bigcap_{T' \in \mathcal{F}} T' \quad \text{donde} \quad \mathcal{F} = \left\{ T' \subset R_+^m \times R_+^n \mid T' \text{ contiene } (x^k, y^k); k=1, \dots, K \text{ y satisface } R \right\}$$

que es el mínimo subconjunto de $R_+^m \times R_+^n$ que contiene a los datos observados y satisface ciertas condiciones de regularidad R tales como la libre disposición¹, convexidad², rendimientos a escala³ y aditividad⁴ las cuales dan lugar a los diversos modelos de DEA (FDH, VRS, DRS, IRS, CRS, FRH) (Bogetoft y Otto, 2011). Dichas

¹ Se pueden descartar libremente inputs innecesarios u outputs no queridos.

² Cualquier combinación convexa de planes de producción factibles también es factible.

³ Los rendimientos a escala son posibles.

⁴ Si tenemos planes de producción factibles, su suma también lo será.

condiciones se pueden poner como restricciones lineales de desigualdad sobre los inputs y outputs (x,y) de forma que, para cualquier empresa, el cálculo de su eficiencia-Farrell puede plantearse como un problema de programación lineal. Es importante destacar que este método es determinístico, esto es, asume que no hay ruido en los datos, por lo que si se han dado circunstancias exógenas que hacen que los datos sean un tanto extraños, o hay problemas de medición en los datos, el resultado no será válido. Existen, sin embargo, técnicas de DEA estocástico (SDEA) que permiten la incorporación de ruido estocástico en la estimación de las ineficiencias de cada empresa cuya estimación puede realizarse mediante técnicas de programación estocástica (Land y otros, 1993) o *bootstrap* (Simar y Wilson, 1998, 2000).

Por su parte, los modelos paramétricos se estiman utilizando métodos de regresión por mínimos cuadrados corregidos (COLS en inglés, Aigner y Chu, 1968), máxima-verosimilitud (Aigner y otros, 1977; Meeusen y van den Broeck, 1977) o técnicas bayesianas (Van den Broeck y otros, 1994; Koop y otros, 1994, 1997; Koop y Steel, 2001).

En este trabajo utilizaremos modelos de frontera estocástica, la cual estimaremos mediante el método de la máxima verosimilitud. Ello es debido a que nuestros datos corresponden a una muestra de empresas manufactureras y no a toda la población por lo que es muy probable que la eficiencia de una empresa esté medida con error, hecho que las técnicas de DEA no tienen en cuenta. Además, el tamaño de la muestra elegida no es excesivamente grande lo cual puede invalidar los resultados obtenidos aplicando SDEA que necesitan de un número elevado de datos para ser aplicadas con fiabilidad. Finalmente, los modelos de frontera estocástica, a diferencia de las técnicas DEA, no suponen que ninguna de las empresas analizadas sea eficiente lo cual dota al estudio de un mayor nivel de realismo. Tienen el inconveniente, sin embargo, de la existencia de errores de especificación en la forma funcional de la frontera que pueden provocar que las eficiencias estimadas sean inconsistentes. Por tal motivo adoptaremos diversas hipótesis sobre la misma con el fin de dotar de mayor robustez al análisis realizado.

2. MODELOS DE FRONTERA ESTOCÁSTICA

Dado que en este trabajo utilizaremos modelos de frontera estocástica, en esa sección revisaremos, brevemente, cómo se construyen y estiman. Estos modelos suponen que toda diferencia con la frontera puede no estar bajo el control de la empresa

debido, por un lado, a la existencia de recursos fijos que no pueden ser cambiados y, por el otro, a acontecimientos (huelgas, accidentes, fenómenos meteorológicos, etc) que están fuera de su control.

Es un enfoque estocástico y paramétrico para el cual hay que hacer a priori más presunciones sobre la estructura de la posible frontera de producción y el proceso de generación de datos. SFA parte de que ambos son conocidos a priori, excepto por una serie finita de parámetros desconocidos. Para un output Y , el modelo de frontera viene dado por:

$$\log(Y) = f(\log(X); \beta) + \varepsilon \quad \text{donde } \varepsilon = v - u \text{ es el término de error} \quad (2.4)$$

$X = (X_1, \dots, X_n)'$ es el vector de inputs, $f(X; \beta)$ es la función de producción que determina el output máximo que una empresa con inputs X puede alcanzar, β es el vector de parámetros de la función de producción $u \geq 0$ es la ineficiencia de la empresa y v es el ruido que se supone que verifica $E[v] = 0$, $\text{Var}[v] = \sigma_v^2$. Se suele suponer, además, que u y v son independientes e independientes de X aunque estas hipótesis se pueden debilitar. Existen diversas formas de especificar la función de producción siendo las funciones Cobb-Douglas⁵ y translogarítmica las más utilizadas en la literatura. Observar, en particular, que la eficiencia de la empresa vendrá dada por e^{-u} .

La estimación de β puede hacerse por COLS, máxima verosimilitud o técnicas bayesianas. Respecto a v se suele suponer que tiene una distribución normal $N(0, \sigma_v^2)$. De esta manera, si $\varepsilon = v$ estaríamos ante un modelo ordinario de regresión en el que no tendríamos ineficiencias y la estimación podría llevarse a cabo por mínimos cuadrados ordinarios (OLS). Sin embargo, y al ser la media de los residuos del modelo 0, nos encontraríamos con una frontera de producción que tiene por encima observaciones, lo cual contradice la definición de función de producción. Esto no sucede por ejemplo con el método COLS (Mínimos Cuadrados Corregidos), en el cual todas las observaciones se encuentran bajo la frontera, ya que, tras realizar la estimación de los parámetros por OLS, con este método se desplaza la frontera hacia arriba corrigiendo el término independiente del modelo mediante la suma del máximo error observado (ver Figura 2.3).

⁵ $\log(y) = \beta_0 + \beta_1 \log(x_1) + \dots + \beta_m \log(x_m)$, donde los parámetros $\beta_1, \dots, \beta_m \geq 0$ son elasticidades.

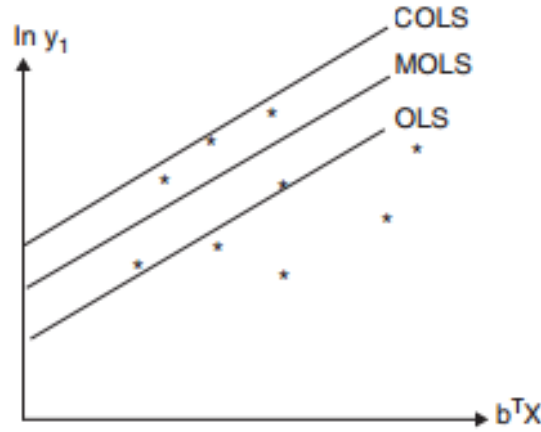


Figura 2.3: Estimadores de frontera por OLS. Fuente: Greene (2007)

Respecto a la ineficiencia u se supone que tiene una distribución de soporte positivo siendo las distribuciones “half-normal”, exponencial, normal truncada en R^+ y gamma las más utilizadas en la literatura (Greene, 2007).

La forma más utilizada de estimar β es mediante el método de la máxima verosimilitud. Para ello se construye la función de verosimilitud del modelo que viene dada por la expresión:

$$L(\theta; \{(x^k, y^k); k = 1, \dots, K\}) = \prod_{k=1}^K f_{\varepsilon}(\varepsilon_k; \theta) \quad (2.5)$$

donde $\varepsilon_k = \log(y_k) - f(\log(X^k); \beta)$ y $f_{\varepsilon}(\varepsilon) = \int_0^{\infty} f_u(u; \theta_u) f_v(\varepsilon - u; \sigma_v^2) du$ siendo f_u y f_v las funciones de densidad de u y v , respectivamente y $\theta = (\beta', \sigma_v^2, \theta_u)$ el vector de parámetros del modelo. El estimador máximo verosímil de θ , $\hat{\theta}$, maximiza la función (2.5) con respecto a θ y, si la muestra es grande, es asintóticamente normal, insesgado, consistente y si el modelo está bien especificado, eficiente. Además su matriz de covarianzas asintótica vendrá dada por la inversa del hessiano de la función L .

3. MODELOS DE EFICIENCIA PARA DATOS DE PANEL

Dado que los datos con los que contamos son de tipo panel, en esta sección presentamos los modelos considerados en el trabajo para estimar la eficiencia productiva de las empresas. Un primer modelo de regresión lineal supone que la eficiencia es constante en el tiempo; un segundo modelo de regresión lineal añade una tendencia lineal en la eficiencia de las empresas; finalmente consideraremos cuatro modelos de frontera estocástica con componentes del error, dos de los cuales suponen que la eficiencia es constante a lo largo del tiempo y, los otros dos, no. En todos los

modelos supondremos que la función de producción es de tipo Cobb-Douglas. Esto se ha hecho siguiendo a Martikainen y otros (2009) y con el fin de no complicar excesivamente el modelo para los tamaños muestrales de los que se dispone.

En todo lo que sigue supondremos que los datos observados corresponden a una muestra de datos de panel equilibrados dada por $\{(y_{i,t}; x'_{i,t} = (x^1_{i,t}, \dots, x^m_{i,t})); t=1, \dots, T; i=1, \dots, N\}$ donde $y_{i,t}$ es el output y $x_{i,t}$ es el vector de inputs de la empresa i -ésima en el periodo t .

3.1 Modelo de regresión lineal con eficiencia constante

En este modelo supondremos que la ineficiencia de una empresa u_i no varía a lo largo del tiempo. Viene dado por:

$$\ln(y_{i,t}) = \beta_0 + \sum_{k=1}^m \beta_k \ln(x^k_{i,t}) + \varepsilon_{i,t} \quad (2.6)$$

siendo el término de error $\varepsilon_{i,t} = v_{i,t} - u_i$ donde $v_{i,t} \sim N(0, \sigma_v^2)$, $u_i \sim f_u$ que se suponen independientes e idénticamente distribuidos (IID).

El modelo se estima mediante COLS. En este caso podemos reescribir el modelo como:

$$\ln(y_{i,t}) = \gamma_i + \sum_{k=1}^m \beta_k \ln(x^k_{i,t}) + v_{i,t} \quad (2.7)$$

siendo $\gamma_i = \beta_0 - u_i$ el cual se estimaría por OLS. Una vez estimados los parámetros β se corrige el estimador OLS de β_0 mediante la expresión.

$$\hat{\beta}_0 = \max\{\hat{\gamma}_j; j = 1, \dots, N\} \quad (2.8)$$

estimando, posteriormente la ineficiencia de cada empresa mediante:

$$\hat{u}_i = \hat{\beta}_0 - \hat{\gamma}_i, j = 1, \dots, N \quad (2.9)$$

Observar, en particular, que siempre habrá una empresa eficiente al utilizar este método. Cuantos más datos anuales añadimos a la base de datos la varianza del estimador \hat{u}_i es menor; sin embargo, suponer que las ineficiencias son constantes en el tiempo es una hipótesis menos verosímil cuanto mayor es el periodo de tiempo considerado.

3.2 Modelo de regresión lineal con eficiencia con tendencia lineal

La suposición de la que parte el anterior modelo, a saber, que la ineficiencia es constante en tiempo, es bastante irreal, ya que las empresas se encuentran en entornos

competitivos y comparan su rendimiento con el del resto, intentando mejorar en cada momento. Por dicha razón y con el fin de debilitar dicha hipótesis en este modelo supondremos la existencia, para cada empresa, de una tendencia lineal en la evolución de las ineficiencias de la empresa. Concretamente utilizaremos el modelo propuesto por Battese y Coelli (1992) que viene dado por:

$$\ln(y_{i,t}) = \beta_0 + \sum_{k=1}^m \beta_k \ln(x_{i,t}^k) + v_{i,t} - u_i \eta_{it} \quad (2.10)$$

donde $\eta_{i,t} = \exp(-\xi_i(t-T))$.

Este modelo se puede poner como:

$$\ln(y_{i,t}) = \gamma_i + \sum_{k=1}^m \beta_k \ln(x_{i,t}^k) - \xi_i(t-T) + v_{i,t} \quad (2.11)$$

donde $\gamma_i = \beta_0 - u_i$, el cual puede ser estimado por OLS.

3.3 Modelos de frontera estocástica con componentes del error

Consideramos, además, cuatro modelos de frontera estocástica basados en Battese y Coelli (1992, 1995) que reciben el nombre de modelos de frontera con componentes del error (*Error Components Frontier* en inglés). Dos de ellos suponen que la ineficiencia de la empresa es constante a lo largo del tiempo y vienen dados por (2.6) con $u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2)$ ⁶ y $u_i \sim NT_{(0,\infty)}(\mu, \sigma_u^2)$ ⁷, respectivamente. Los otros dos suponen que la ineficiencia es cambiante a lo largo del tiempo de forma que

$$\ln(y_{i,t}) = \beta_0 + \sum_{k=1}^m \beta_k \ln(x_{i,t}^k) + v_{i,t} - u_i \eta_t \quad (2.12)$$

donde $\eta_t = \exp(-\xi(t-T))$ con $u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2)$ y $u_i \sim NT_{(0,\infty)}(\mu, \sigma_u^2)$, respectivamente.

En este caso la estimación de los parámetros se realiza por máxima verosimilitud donde la función de verosimilitud viene dada por:

$$L(\theta; \{(x_{i,t}, y_{i,t}); i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T\}) = \prod_{i=1}^N \prod_{t=1}^T f_{\varepsilon_{i,t}}(\varepsilon_{i,t}; \theta) \quad (2.13)$$

donde $\theta = (\beta', \sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2, \gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma^2})$ en el caso de que $u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2)$, $\theta = (\beta', \sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2, \mu, \gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma^2})$ en el caso de que $u_i \sim NT_{(0,\infty)}(\mu, \sigma_u^2)$, $\varepsilon_{i,t} = v_{i,t} - u_i \eta_t$ y $f_{\varepsilon_{i,t}}(\varepsilon_{i,t}) =$

⁶ $N^+(0, \sigma^2)$ denota la distribución half-normal que corresponde a la de una variable aleatoria $U = |Z|$ con $Z \sim N(0, \sigma^2)$

⁷ $NT_{(0,\infty)}(\mu, \sigma^2)$ denota la distribución $N(\mu, \sigma^2)$ truncada en $(0, \infty)$

$\int_0^\infty f_u(u_i; \theta_u) f_v(\varepsilon_{i,t} - u_i \eta_t; \sigma_v^2) du_i$ con $\theta_u = \sigma_u^2$ ó $\theta_u = (\mu, \sigma_u^2)$ según sea $u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2)$ y $u_i \sim \text{NT}_{(0,\infty)}(\mu, \sigma_u^2)$, respectivamente.

III. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS

El estudio se ha realizado para una serie temporal de 8 años (de 2008 a 2015) para 93 empresas, de las cuales 36 son familiares y 57 no familiares.

Partiendo de una lista de 136 empresas no financieras cotizadas en 2015 y su categorización como familiares o no según el criterio de propiedad seguido por Gallizo y otros (2016), se utilizan aquellas empresas que presentaron información financiera pública durante todos los años, de 2008 a 2015. Esto lleva a la eliminación de empresas que antes de 2015 entraron en liquidación o que dejaron de cotizar y, por tanto, de tener la obligación de hacer públicos sus Estados Financieros.

Además, se han eliminado aquellas empresas cuyo número de empleados o cifra de ventas era cero, por carecer de sentido su inclusión en una función de producción tipo Cobb-Douglas. Por tratarse de datos atípicos que pueden generar problemas en el estudio, se eliminan aquellas empresas cuya Q de Tobin era superior a 15.

Por último, tras categorizar según su Grupo CNAE a todas las empresas, se eliminan aquellas pertenecientes a grupos en los cuales no había presencia de, al menos, una empresa familiar y una no familiar.

De las 93 empresas restantes se obtuvieron indicadores claves de rendimiento a través de la base de datos SABI⁸, de la base de datos de la CNMV⁹, de la página web de la Bolsa de Madrid¹⁰ y del buscador por entidad de Estados Financieros de la CNMV¹¹. Las variables utilizadas son: importe neto anual de cifra de ventas en miles de euros (Y), número de empleados (L), importe neto del inmovilizado material en miles de euros (K), total de activo en miles de euros (TA), rentabilidad económica (ROA), ratio de deuda entre activos (DA) y Q de Tobin (Q).

La rentabilidad económica (ROA) está calculada de dos maneras: la primera como resultado neto del ejercicio entre valor en libros del total de activos (ROA NETO) y, la segunda, utilizando el EBITDA en lugar del resultado neto (ROA EBITDA).

⁸ A través de <http://roble.unizar.es/>.

⁹ <http://www.cnmv.es/ipps/>.

¹⁰ <http://www.bolsamadrid.es/esp/asp/Portada/Portada.aspx>.

¹¹ <https://www.cnmv.es/portal/consultas/BusquedaPorEntidad.aspx>.

La Q de Tobin es el resultado de dividir la suma del valor de mercado de la empresa y el valor en libros de la deuda entre el valor en libros del total de activos.

En la Tabla 3.1 presento un resumen de los datos:

**Tabla 3.1: Resumen de los datos de las 93 empresas analizadas en miles de euros.
(*) Significativo al 5%**

Panel A: resumen de datos para todas las empresas

Variable	Media	Mediana	Desviación típica	Máximo	Mínimo
Ventas Y	547.625,15	66.243,00	1.309.202,07	11.003.000,00	49,97
TA	3.549.952,68	321.334,50	11.194.842,18	93.118.712,00	1.842,13
Q Tobin	1,68	1,27	1,50	13,22	0,14
ROA (NETO) %	1,90	1,87	6,39	24,39	-26,58
ROA (EBITDA) %	6,84	6,19	10,62	63,44	-31,96
I. material K	488.085,77	8.957,00	741.501,72	8.556.000,00	4,00
Empleados L	908,09	138,00	2.398,63	21.093,00	1,00
DA	60,01	56,51	41,47	536,57	0,55

Panel B: función producción

Ln(Y)	11,03	11,10	2,44	16,21	3,91
Ln(L)	5,08	4,93	1,93	9,96	0,00
Ln(K)	8,78	9,10	2,64	15,96	1,39

Panel C: diferencias entre medias y medianas de empresas familiares y no familiares

	Medias		t-Valor	Medianas	
	No familiar	Familiar		No familiar	Familiar
Q Tobin	1,70	1,66	0,29	1,30	1,23
ROA (NETO) %	2,00	1,75	0,53	1,85	2,09
ROA (EBITDA) %	6,48	7,41	-1,15	5,84	6,53
Ln(Y)	11,26	10,67	3,25 (*)	11,20	10,86
Ln(L)	5,11	5,02	0,60	4,88	5,23
Ln(K)	8,89	8,62	1,38	9,12	9,08

La media de ventas anuales asciende a 547.625,15 miles de euros, mientras que la media del total de activos es de 3.549.952,68 miles de euros. Las medianas de ambas variables son significativamente menores por la existencia de empresas muy grandes que distorsionan la media, como se puede ver en el máximo de ambas, al igual que sucede para el número de empleados. La Q de Tobin media y mediana obtenida es muy similar a la de Martikainen y otros (2009) para su muestra de empresas estadounidenses durante los años 1992 a 1999; mientras que las rentabilidades obtenidas son mucho más extremas.

De media, las empresas no familiares son más grandes que las familiares, tanto en cifra de ventas como en número de empleados y valor contable del equipamiento

productivo. Sin embargo, únicamente podemos asegurar la existencia de diferencias significativas en lo referente a la cifra de ventas.

Hubiera sido interesante para el análisis la inclusión de datos sobre investigación y desarrollo llevados a cabo por las empresas, pero éstos son datos que las empresas no tratan de forma uniforme, siendo pocas las que explicitan en sus balances y cuentas de pérdidas y ganancias los activos y gastos derivados de su investigación y desarrollo; o estando tales datos dispersos y enmascarados en otras partes de los Estados Financieros. Esta es la razón por la que no se utiliza dato alguno sobre I+D+i.

IV. ESTUDIO EMPÍRICO

Para poder realizar un estudio empírico de comparación de eficiencias es necesario que todas las empresas compartan la misma tecnología y, en consecuencia, la misma frontera de producción. Si podemos afirmar que ambas comparten tecnología, las diferencias en su nivel de producción únicamente van a deberse a cuestiones de eficiencia. Para comprobar si es cierto que comparten la misma tecnología, se va a estimar un modelo con elasticidades diferenciadas para empresas familiares y no familiares (modelo de frontera específica), el cual se comparará con el de elasticidades de trabajo y capital iguales para ambos tipos de empresas (modelo de frontera común).

Las estimaciones de los modelos se han realizado con el programa R 3.3.2, haciendo uso de los paquetes *plm* y *frontier*. Para más información, acudir al Anexo.

1. MODELOS DE REGRESIÓN LINEAL CON EFICIENCIA CONSTANTE

1.1 Funciones de producción comunes a empresas familiares y no familiares

El modelo viene dado por:

$$\ln(Y_{i,t}) = \beta_0 + \beta_1 \ln(L_{i,t}) + \beta_2 \ln(K_{i,t}) + v_{i,t} - u_i \quad (4.1)$$

donde L es el número de empleados de la empresa y K su cifra de inmovilizado material.

Las estimaciones obtenidas se muestran en la Tabla 4.1 observándose que la elasticidad de la producción respecto al trabajo es 0,4727 y la elasticidad de la producción respecto al capital en 0,1572 siendo ambas significativas.

1.2 Funciones de producción diferenciadas para empresas familiares y no familiares

El uso de funciones diferenciadas para empresas familiares y no familiares permite conocer si el modelo anterior es válido o si, por el contrario, ambas empresas se enfrentan a tecnologías diferentes (caso en el cual las elasticidades de trabajo y capital diferirían) y es, entonces, necesario hacer un análisis diferenciado de ambas y tener en cuenta que las diferencias no se deberán únicamente a eficiencia.

$$\ln(Y_{i,t}) = \beta_0 + \beta_1^{NF} \ln(L_{i,t}^{NF}) + \beta_2^{NF} \ln(K_{i,t}^{NF}) + \beta_1^F \ln(L_{i,t}^F) + \beta_2^F \ln(K_{i,t}^F) + v_{i,t} - u_i \quad (4.2)$$

En este caso se estima que las elasticidades de la producción respecto al trabajo 0,5164 y 0,4484 (no familiar y familiar respectivamente); y, respecto al capital, 0,0916 y 0,2306 (ver Tabla 4.1) siendo todas ellas significativas.

Tabla 4.1: Resultados de la estimación mediante los modelos de regresión lineal con eficiencia constante. (*) Significativo al 5%

Variable	Frontera común		Frontera específica	
	$\hat{\beta}$	sd	$\hat{\beta}$	sd
Ln(L)	0,4727(*)	0,0505	0,2620	0,0672
Ln(K)	0,1572(*)	0,0307	0,1567	0,0406
Ln(L ^{NF})			0,5164(*)	0,0632
Ln(K ^{NF})			0,0916(*)	0,0422
Ln(L ^F)			0,4484(*)	0,0870
Ln(K ^F)			0,2306(*)	0,0444
R ² ajustado	0,1419		0,1462	
Valor estadístico F: 2,6722				
Contraste F				
P-Valor: 0,0699				

También se muestra en la Tabla 4.1 el contraste F de comparación de modelos, que es igual a 2,6722 con un p-valor igual a 0,0699, por lo que, a un 5% de significación no se observa la existencia de diferencias significativas entre las funciones de producción estimadas para las empresas familiares y no familiares. Se puede suponer, por tanto, que ambos tipos de empresas comparten una tecnología común.

En la Figura 4.1 se muestran las eficiencias estimadas por cada modelo. Se observa que ambas eficiencias están muy relacionadas directamente, siendo la correlación lineal entre ellas igual a 0,8980. Además, la correlación de rangos de Spearman es igual a 0,8559 lo cual nos indica, en particular, que el ranking de empresas de acuerdo a su eficiencia es muy similar en ambos modelos. Los dos modelos sitúan en el primer lugar de empresas eficientes a Telefónica, con una eficiencia igual a la unidad (en este modelo siempre habrá una cuya eficiencia sea máxima). Completan los tres primeros puestos ACS y Realia Business, si bien en diferente orden en cada modelo. En lo referente a las menores eficiencias, ambos modelos estiman que estas pertenecen a Bioorganic Research and Services, Montebalito y Neuron Bio. Se da entonces que encabezan el ranking tres empresas no familiares mientras que dos familiares (Bioorganic Research y Montebalito) ocupan dos de los tres últimos puestos.

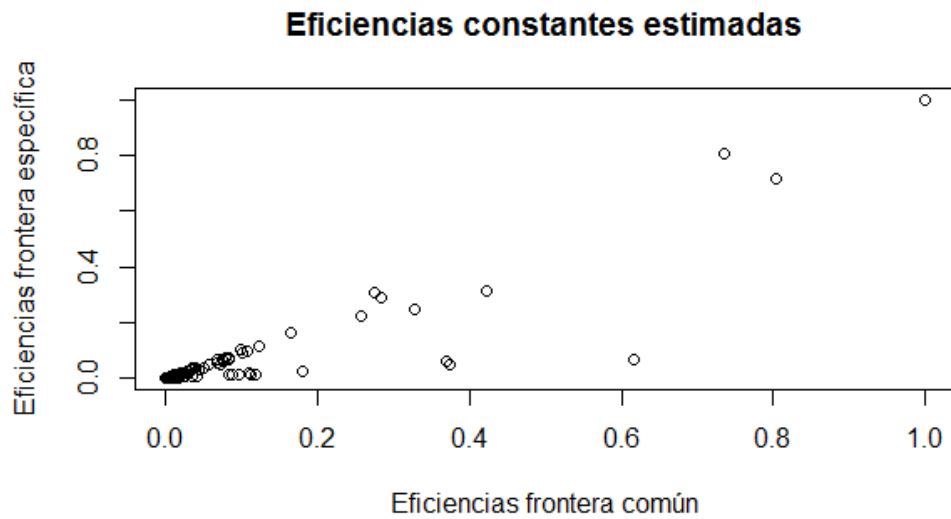


Figura 4.1: Relación entre las eficiencias estimadas por el modelo lineal con eficiencias constantes

2. MODELOS DE REGRESIÓN LINEAL CON TENDENCIA LINEAL EN LA EFICIENCIA

2.1 Funciones de producción comunes a empresas familiares y no familiares

La segunda función a estimar es la siguiente:

$$\ln(Y_{i,t}) = \beta_0 + \sum_{k=1}^{n=1} \omega_k CNAE_i^k + \beta_1 \ln(L_{i,t}) + \beta_2 \ln(K_{i,t}) + v_{i,t} - \gamma_i(t - T) - u_i \quad (4.3)$$

donde $CNAE_i^k$ es una variable *dummy* que hace referencia a la letra que engloba la letra a la que pertenece el código CNAE de la empresa, ya que el sector en el que la empresa desarrolla su actividad se considera un factor externo que afecta al desempeño de la misma sin ser directamente controlado por ella. Una vez estimado el modelo, veremos si dicha presunción es o no cierta, eliminándose la variable ambiental en caso de que no sea significativa. En este caso, todas las variables sector resultan ser significativas al 1% excepto una, que resulta al 5%.

Las estimaciones de los parámetros del modelo se muestran en la Tabla 4.2, estimándose en 0,2621 la elasticidad de la producción respecto al trabajo y en 0,1567, la de la elasticidad respecto al capital siendo ambas significativas.

2.2 Funciones de producción diferenciadas para empresas familiares y no familiares

En este caso el modelo viene dado por la expresión:

$$\ln(Y_{i,t}) = \beta_0 + \sum_{k=1}^{n=1} \omega_k CNAE_i^k + \beta_1^{NF} \ln(L_{i,t}^{NF}) + \beta_2^{NF} \ln(K_{i,t}^{NF}) + \beta_1^F \ln(L_{i,t}^F) + \beta_2^F \ln(K_{i,t}^F) + v_{i,t} - \gamma_i(t - T) - u_i \quad (4.4)$$

En este modelo la variable sector también resulta significativa. La estimación que proporciona para la elasticidad de la producción respecto al trabajo es 0,3667 y 0,1156 (para empresas no familiares y familiares, respectivamente); y, respecto al capital, 0,0867 y 0,2214 (ver Tabla 4.2) siendo no significativas las elasticidades respecto al capital en las empresas no familiares y respecto al trabajo en las familiares.

Tabla 4.2: Resultados de la estimación mediante los modelos de regresión lineal con tendencia lineal de la eficiencia. (*) Significativo al 5%

Variable	Frontera común		Frontera específica	
	$\hat{\beta}$	sd	$\hat{\beta}$	sd
Ln(L)	0,2621(*)	0,0673		
Ln(K)	0,1567(*)	0,0406		
Ln(L ^{NF})			0,3667(*)	0,0848
Ln(K ^{NF})			0,0867	0,0554
Ln(L ^F)			0,1156	0,1209
Ln(K ^F)			0,2214(*)	0,0616
R ² ajustado	0,9597		0,9464	
Valor estadístico F: 2,2123				
Contraste F	P-Valor: 0,1104			

El valor del contraste F de simplificación entre ambos modelos es igual a 2,2123, siendo su p-valor igual a 0,1104. Por lo que podemos afirmar que empresas familiares y no familiares comparten la misma tecnología. De hecho, de las eficiencias estimadas por ambos modelos están muy relacionadas (ver Figura 4.2). El coeficiente de correlación de Pearson entre ambas eficiencias es igual a 0,9365 y el de Spearman es igual a 0,9712, por lo que la ordenación de empresas según su eficiencia realizada por ambos va a ser muy similar. De nuevo, ambos modelos sitúan en primer lugar a la empresa Telefónica (no familiar), que en este caso ocupa los ocho primeros puestos porque consigue ser la más eficiente durante todo el periodo analizado. A continuación, el modelo de frontera común sitúa a las empresas Inditex (familiar), Endesa y ACS (no familiares); mientras que el de frontera específica sitúa a Realia Business, ACS y Gas Natural (no familiares). Teniendo esto en cuenta, parece que nuevamente el resultado es que las empresas no familiares son más eficientes que las familiares.

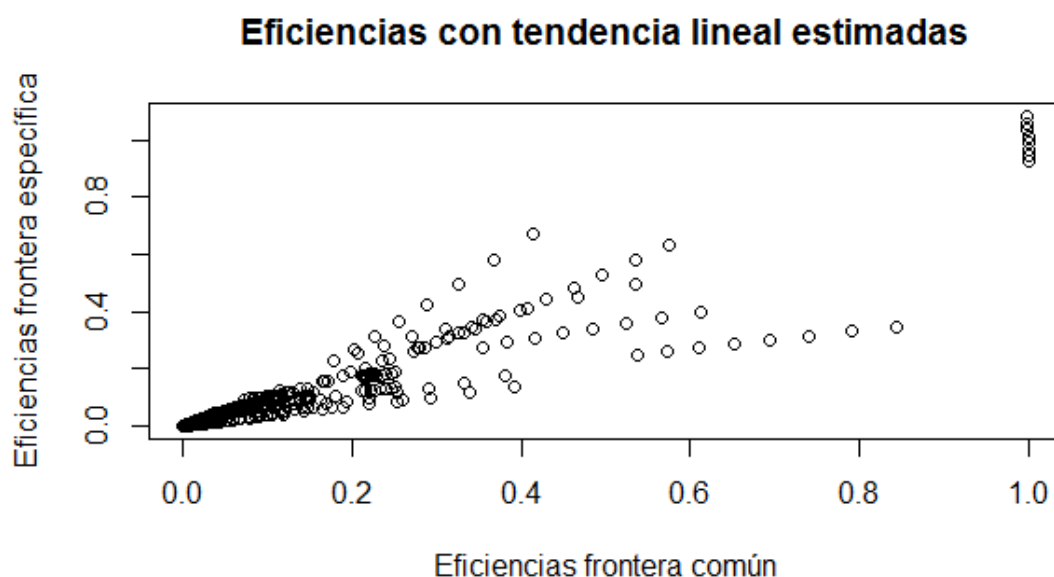


Figura 4.2: Relación entre las eficiencias estimadas por el modelo lineal con tendencia lineal en la eficiencia

2.3 Comparación entre la regresión lineal con eficiencias invariantes y cambiantes

Dado que los coeficientes R^2 de los modelos (4.1) y (4.2), por un lado, y los modelos (4.3) y (4.4), por el otro, no son directamente comparables debido a que las estimaciones de los modelos (4.1) y (4.2) se han realizado en términos de las desviaciones de la producción de cada empresa respecto a la producción media, en esta sección comparemos las eficiencias estimadas por ambos tipos de modelos. En la Figura 4.3 se muestran los resultados obtenidos para los modelos con frontera común, que son los que finalmente hemos seleccionado. Se observa que ambas están fuertemente relacionadas con una correlación de Pearson entre ambas igual 0,9075. Dado que el primer modelo sólo proporciona una estimación de eficiencia por empresa y el segundo proporciona ocho por empresa (una por año estudiado), esta correlación está hallada teniendo en cuenta que las estimaciones del primer modelo se mantienen constantes a lo largo de los ocho años. La misma comparación se puede hacer entre los modelos de frontera específica, resultando entonces una correlación lineal igual a 0,9175. Se observa que, para algunas empresas, existe evidencia de que la eficiencia puede ser cambiante a lo largo del tiempo. Con el fin de analizar este hecho con más profundidad en la sección siguiente consideraremos modelos de frontera estocástica con componentes del error propuesto por Battese y Coelli (1992, 1995) en los que se añade una hipótesis adicional sobre la distribución de los términos de ineficiencia del modelo.

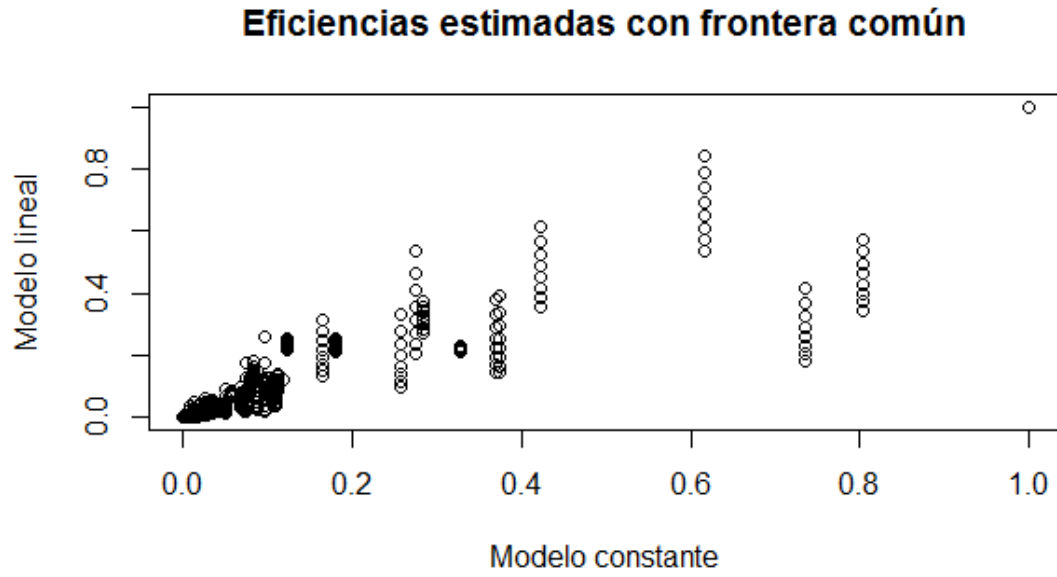


Figura 4.3. Eficiencias estimadas con frontera común mediante regresiones lineales

3. MODELOS DE FRONTERA ESTOCÁSTICA CON COMPONENTES DEL ERROR

Los modelos con eficiencia invariante vienen dados por:

$$\ln(Y_{i,t}) = \beta_0 + \sum_{k=1}^{n=1} \omega_k CNAE_i^k + \beta_1 \ln(L_{i,t}) + \beta_2 \ln(K_{i,t}) + v_{i,t} - u_i \quad (4.5)$$

mientras que los modelos con eficiencia cambiante en el tiempo vienen dados por:

$$\ln(Y_{i,t}) = \beta_0 + \sum_{k=1}^{n=1} \omega_k CNAE_i^k + \beta_1 \ln(L_{i,t}) + \beta_2 \ln(K_{i,t}) + v_{i,t} - \eta_t u_i \quad (4.6)$$

donde supondremos dos hipótesis sobre las ineficiencias u_i : $u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2)$ (modelo half-normal) y $u_i \sim N^+(\mu, \sigma_u^2)$ (modelo normal truncado)

En la Tabla 4.3 se muestran las estimaciones obtenidas para cada modelo (ver paneles A y B) así como los de la comparación entre ellos utilizando el test de razón de verosimilitudes (LR) (ver panel C).

Tabla 4.3: Estimaciones de las elasticidades trabajo y capital mediante fronteras estocásticas. (*) Significativo al 5%

Panel A: Frontera común a empresas familiares y no familiares

Variable	Eficiencia invariante				Eficiencia cambiante			
	Normal Truncada		Half Normal		Normal Truncada		Half Normal	
	$\hat{\beta}$	sd	$\hat{\beta}$	sd	$\hat{\beta}$	sd	$\hat{\beta}$	sd
Ln(L)	0,5286 (*)	0,0452	0,4904 (*)	0,0437	0,5300 (*)	0,0451	0,4946 (*)	0,0449
Ln(K)	0,1862 (*)	0,0271	0,1879 (*)	0,0280	0,1756 (*)	0,0276	0,1764 (*)	0,0292
ξ					0,0072 (*)	0,0035	0,0085 (*)	0,0039
Log Ver.	-902,6143		-911,749		-900,3959		-909,297	

Panel B: Frontera específica para empresas familiares y no familiares

Variable	Eficiencia invariante				Eficiencia cambiante			
	Normal truncada		Half Normal		Normal truncada		Half Normal	
	$\hat{\beta}$	sd	$\hat{\beta}$	sd	$\hat{\beta}$	sd	$\hat{\beta}$	sd
Ln(L ^F)	0,5402 (*)	0,0813	0,5218 (*)	0,0721	0,5522 (*)	0,0803	0,5339 (*)	0,0713
Ln(K ^F)	0,1699 (*)	0,0352	0,1620 (*)	0,0340	0,1558 (*)	0,0349	0,1492 (*)	0,0341
Ln(L ^{NF})	0,5202 (*)	0,0537	0,4819 (*)	0,0545	0,5170 (*)	0,0517	0,4797 (*)	0,0561
Ln(K ^{NF})	0,2004 (*)	0,0313	0,2007 (*)	0,0303	0,1916 (*)	0,0313	0,1920 (*)	0,0317
ξ					0,0077 (*)	0,0036	0,0089 (*)	0,0039
Log Ver.	-901,7206		-899,4173		-899,4173		-908,0711	

Panel C: Comparaciones entre modelos

H_0	Eficiencia invariante				Eficiencia cambiante			
	Normal truncada		Half Normal		Normal truncada		Half Normal	
	Valor Chi	P-Valor	Valor Chi	P-Valor	Valor Chi	P-Valor	Valor Chi	P-Valor
$\beta_1^{NF} = \beta_1^F$	0,0436	0,8346	0,1943	0,6594	0,138	0,7103	0,3409	0,5593
$\beta_2^{NF} = \beta_2^F$	0,7137	0,3982	1,3394	0,2471	1,0279	0,3107	1,674	0,1957

Como se puede observar, las estimaciones proporcionadas por todos los modelos son bastante similares lo cual es corroborado por los contrastes LR no existiendo evidencia alguna de que las empresas familiares y no familiares utilicen distinto tipo de tecnología.

En los Paneles A y B se ha incluido el valor estimado por los modelos de eficiencia cambiante para el parámetro ξ el cual determina la evolución temporal de la eficiencia. Las cuatro estimaciones del mismo son positivas y significativas al 5%, por lo que podemos afirmar que la eficiencia de las empresas se incrementa con el paso del tiempo.

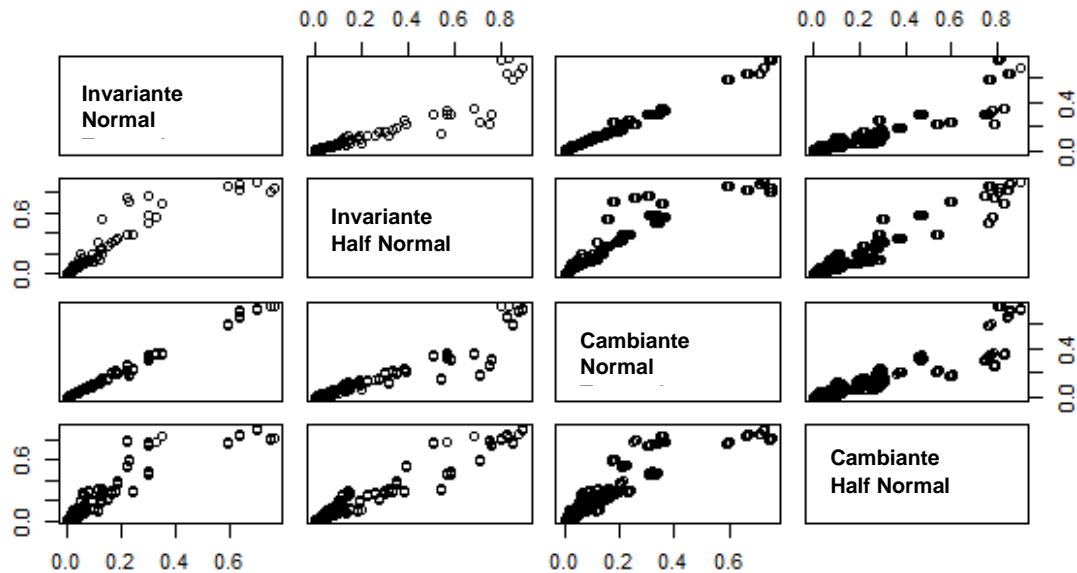


Figura 4.4: Diagrama de dispersión matricial de las eficiencias estimadas por los cuatro modelos de componentes del error

En la Figura 4.4 se muestra, en forma de un diagrama de dispersión matricial, las relaciones existentes entre las eficiencias estimadas por cada uno de los 4 modelos obtenidos mediante las posibles combinaciones de eficiencia invariante/cambiante y distribución de la ineficiencia half normal/normal truncada. Se puede observar que todas las eficiencias están bastante relacionadas de forma directa. Entre los modelos de ineficiencia invariante, el coeficiente de correlación lineal es igual a 0,9272 (y, de Spearman, 0,9716); entre los de eficiencia cambiante, a 0,915 en correlación lineal (y 0,9389 la de Spearman). La correlación entre los modelos de eficiencia invariante y cambiante también es elevada, tanto considerando la correlación de Pearson como de Spearman (ver Tabla 4.4) que, en ningún caso, es inferior a 0,91.

Tabla 4.4: Correlación lineal entre las eficiencias estimadas por los cuatro modelos estocásticos y, entre paréntesis, correlación por rangos de Spearman

Correlación	Invariante Normal Truncada	Invariante Half Normal
Cambiante Normal Truncada	0,9972 (0,9947)	0,9288 (0,9699)
Cambiante Half Normal	0,9107 (0,9355)	0,9666 (0,9568)

Por tanto, los modelos realizan estimaciones muy similares entre ellos, y, como es de prever teniendo en cuenta los resultados de correlación de Spearman, también lo son las ordenaciones que hacen de las empresas las cuales son esencialmente idénticas (ver Tabla 4.5, con las posiciones iniciales y finales de los rankings proporcionados por los cuatro modelos). En aquellos modelos con eficiencia cambiante en el tiempo, la eficiencia mostrada es la media obtenida durante los ocho años para evitar que, por ejemplo, en el cuarto modelo, Vidrala aparezca en los ocho primeros puestos al haber sido la más eficiente durante todos los años. La ordenación es prácticamente equivalente, si bien los modelos que estiman suponiendo una distribución half normal para el término ineficiencia presentan unas eficiencias mayores en los primeros puestos, ya que esta distribución de las ineficiencias exige que la moda sea cero. Se observa, en particular, que las empresas no familiares ocupan los primeros puestos en la ordenación

de eficiencia, habiendo mucha más presencia de empresas no familiares al final de la misma.

Tabla 4.5: Ranking de eficiencias estimadas por los cuatro modelos de componentes del error

	Invariante Normal Truncada			Cambiante Normal Truncada			Invariante Half Normal			Cambiante Half Normal		
1	ACS	NO	0,760	ACS	NO	0,750	Vidrala	NO	0,894	Vidrala	NO	0,897
2	Realia B.	NO	0,743	Realia B.	NO	0,748	Telefónica	NO	0,875	Telefónica	NO	0,848
3	Vidrala	NO	0,693	Vidrala	NO	0,725	Abertis	NO	0,852	Inditex	SÍ	0,840
4	Inditex	SÍ	0,633	Telefónica	NO	0,710	ACS	NO	0,836	Técnicas R.	SÍ	0,827
5	Telefónica	NO	0,632	Inditex	SÍ	0,666	Inditex	SÍ	0,827	ACS	NO	0,812
	...											
89	Catenon	SÍ	0,006	Catenon	SÍ	0,07	Catenon	SÍ	0,010	Vertice	NO	0,009
90	Bioorganic	SÍ	0,003	Bioorganic	SÍ	0,003	Bioorganic	SÍ	0,005	Bioorganic	SÍ	0,007
91	San José	SÍ	0,003	San José	SÍ	0,003	San José	SÍ	0,003	San José	SÍ	0,005
92	Montebalito	SÍ	0,001	Montebalito	SÍ	0,001	Neuron Bio	NO	0,001	Montebalito	SÍ	0,002
93	Neuron Bio	NO	0,001	Neuron Bio	NO	0,001	Montebalito	SÍ	0,001	Neuron Bio	NO	0,001

Esto nos puede servir para hacernos una idea de cuáles son las empresas más o menos eficientes, pero la pregunta es, ¿son las empresas no familiares más eficientes o hay algunas muy eficientes que ocupan los primeros puestos pero después no hay diferencia significativa? Para responder a esta pregunta resumimos en la Tabla 4.6 los resultados de las eficiencias obtenidas.

Este último análisis confirma lo que se intuía en el ranking elaborado, y es que tres de los cuatro modelos determinan que la media de eficiencia de las empresas no familiares es significativamente superior a la de las familiares. Es decir, no solamente ocupan las empresas no familiares los primeros lugares del ranking, sino que esa tendencia a la mayor eficiencia es generalizada.

Tabla 4.6: Resumen de eficiencias estimadas según los modelos de componentes del error. (*) Significativo al 5%

Panel A: Resumen de las eficiencias estimadas					
Eficiencia	Media	Mediana	Desviación típica	Máximo	Mínimo
Invariante Normal Truncada	0,117	0,051	0,169	0,760	0,001
Cambiante Normal Truncada	0,122	0,054	0,175	0,755	0,001
Invariante Half Normal	0,199	0,092	0,247	0,894	0,001
Cambiante Half Normal	0,205	0,096	0,250	0,899	0,001

Panel B: diferencias entre medias y medianas					
	Medias			Medianas	
	No familiar	Familiar	t-Valor	No familiar	Familiar
Invariante Normal Truncada	0,134	0,090	3,76(*)	0,059	0,028
Cambiante Normal Truncada	0,139	0,095	3,65(*)	0,065	0,029
Invariante Half Normal	0,224	0,158	3,67(*)	0,113	0,068
Cambiante Half Normal	0,201	0,211	-0,53	0,095	0,097

Por último, debemos elegir el modelo que mejor estime, ya que va a ser necesario en el siguiente apartado. Realizando el test de razón de verosimilitudes para modelos anidados¹², entre los dos modelos de eficiencia invariante es elegido el de Normal Truncada (valor Chi 18,27; y p-valor $1,917e^{-05}$). También sucede lo mismo entre los dos modelos de eficiencia cambiante (valor Chi 17,8; y p-valor $2,451e^{-05}$).

Comparando ambos modelos de Normal Truncada, el resultado es que el de eficiencia cambiante realiza una mejor estimación (valor Chi 4,9044 y p-valor 0,02679); esto ya lo suponíamos, ya que recordemos que habíamos determinado que la eficiencia de las empresas es cambiante en el tiempo y mejora con los años mediante el análisis de la variable temporal y su significatividad. Esta afirmación debe ser matizada, ya que hemos supuesto una tecnología constante a lo largo de los ocho años, por lo que dicha “mejora en eficiencia” que muestra el modelo puede deberse a una mejora real de la

¹² El test del ratio de verosimilitud es $\lambda = -2\{Log[Likelihood(H_0)] - Log[Likelihood(H_1)]\}$, sigue aproximadamente una distribución Chi-Cuadrado con tantos grados de libertad como diferencia de parámetros haya entre los dos modelos anidados.

misma, a una mejora en la tecnología (la cual no es capturada por el modelo), a una mejora de ambas o a una mejora tecnológica y un empeoramiento en eficiencia.

4. RELACIÓN ENTRE EFICIENCIA Y RENTABILIDAD

Como paso final en el análisis, en este apartado se analiza la relación existente entre la productividad de una empresa y rentabilidad. Para ello utilizaremos las eficiencias estimadas mediante el modelo con mejor ajuste a los datos de los cuatro considerados en la sección anterior (es decir, el modelo de frontera estocástica con componentes del error con eficiencias cambiantes y distribución normal truncada).

Para estimar la relación existente entre la eficiencia y la rentabilidad plantearemos el siguiente modelo de regresión lineal:

$$Per_{i,t} = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{n-1} \omega_k CNAE_i^k + \alpha_1 \frac{D_{i,t}}{TA_{i,t}} + \alpha_2 \ln(TA_{i,t}) + \alpha_3 e^{-\hat{u}_{i,t}} + \theta FAM + \varepsilon_{i,t} \quad (4.7)$$

donde $Per_{i,t}$ es la *Performance* de la empresa la cual puede ser medida tanto por la Q de Tobin como por el ROA; $TA_{i,t}$ es el total de activos, $\frac{D_{i,t}}{TA_{i,t}}$ es total de deuda entre total de activos, $\hat{u}_{i,t}$ es la ineficiencia estimada por el modelo de frontera estocástica y FAM es una variable *dummy* igual a 1 si la empresa es considerada familiar.

La Q de Tobin se define como el valor de mercado de la empresa entre el valor de reemplazamiento de sus activos. Su numerador es la suma del valor de mercado de las acciones comunes, más el valor en libros de las acciones preferentes y el valor en libros de la deuda. Voy a suponer que el valor de reemplazamiento de sus activos es igual a su valor contable, ya que carezco de otro tipo de información. El uso de la Q de Tobin se justifica porque, en la literatura financiera (Palia y Lichtenberg, 1999), este ratio se ha utilizado como rendimiento de la empresa, al entender que el crecimiento de la productividad es una variable exógena que determina los valores de equilibrio de una serie de variables endógenas, incluyendo beneficios y/o precio de sus acciones en el mercado. De esta manera, se entiende como una medida de la *performance* de la empresa que muestra sus oportunidades de beneficio y, por tanto, sus posibilidades de supervivencia como negocio rentable (Espitia, 1986).

Tabla 4.7: Estimaciones de parámetros explicativos de la *Performance* empresarial

Variable	<i>est</i>	<i>sd</i>	p-valor
$\frac{D_{i,t}}{TA_{i,t}}$	0,3069	0,0713	$1,90e^{-05}$
$Ln(TA_{i,t})$	0,0355	0,033	0,2824
$e^{-\hat{u}_{i,t}}$	1,5651	0,3768	$1,90e^{-05}$
<i>FAM</i>	0,0409	0,1138	0,7199

En la Tabla 4.7 se muestran los resultados obtenidos en la estimación del modelo (4.7). Los coeficientes tienen signos adecuados; parece que las empresas más endeudadas van a ser más recompensadas por el mercado, ya que se van a aprovechar del efecto apalancamiento. En cuanto al tamaño de la empresa, medido según su activo total, se trata de una variable no significativa al 5% para la explicación de la *performance* empresarial. Se observa, en particular, que el coeficiente que acompaña a las eficiencias empresariales es positivo (1,5651) y significativo incluso al 1%. Esto demuestra que el mercado recompensa a las empresas que tienen una mayor productividad, las cuales, según el estudio realizado, no serán las empresas familiares. La variable *dummy* incluida que hace referencia a las empresas familiares, aunque positiva, no resulta ser significativa: no podemos afirmar que el mercado les recompense tampoco por el hecho de ser familiares.

El mismo estudio utilizando como indicador de *performance* la ROA de la empresa ofrece resultados equivalentes. Esta relación proporciona unos altos incentivos a la mejora de eficiencia de la empresa, ya que de ella va a depender la rentabilidad de la misma. Sin embargo, las fuentes de ineficiencia pueden ser muchas, por lo que un análisis interesante para futuras investigaciones sería la estimación de las eficiencias productivas mediante modelos que incorporen covariables que les puedan afectar, tales como grado de cualificación de los trabajadores, inversión en I+D+i de la empresa, antigüedad media de sus equipos productivos, zona en la que produce, etc. Esto último permitiría a cada empresa conocer su fuente de ineficiencia para corregirla, acercarse a la frontera de producción e incrementar así su valor en el mercado.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha analizado la diferencia en eficiencia entre empresas familiares y no familiares con una muestra de 93 empresas manufactureras cotizadas durante ocho años (2008-2015). Tal análisis se ha realizado haciendo uso de tres tipos de modelos: en primer lugar, modelos de regresión lineal con eficiencia constante; en segundo lugar, modelos de regresión lineal con tendencia lineal de la eficiencia; y, en tercer lugar, modelos de fronteras estocásticas con componentes del error con eficiencias invariantes y cambiantes en el tiempo.

De la investigación realizada se concluye que no existen diferencias en tecnología entre las empresas familiares y no familiares, pero sí que existen diferencias en cuanto a su eficiencia, observándose que las empresas familiares tienden a ser menos eficientes que las no familiares. Se concluye que la eficiencia varía, incrementándose con el tiempo. Además podemos afirmar que la supervivencia de la empresa está estrechamente relacionada con su eficiencia, ya que ésta es un factor determinante de su rentabilidad.

El resultado obtenido de menor eficiencia de las empresas familiares no es concordante con el del trabajo en el cual se inspira esta investigación (Martikainen y otros, 2009), que determina que las empresas familiares son más eficientes que las no familiares, lo cual es más afín a las características de las empresas familiares nombradas en la Introducción de este trabajo: inversiones a largo plazo, mayor estabilidad, etc. Como diferencias entre ambos estudios encontramos: el país analizado, que en su caso es Estados Unidos; el período de tiempo, que en su caso es 1992-1999; la amplitud de la muestra, que en su caso es de 159 empresas frente a las 93 de este estudio; y las técnicas utilizadas para la estimación de los modelos.

En cuanto a las limitaciones del análisis, se ha de hacer especial referencia a la afirmación de que la eficiencia se incrementa con el tiempo, ya que los modelos estimados suponen una frontera constante durante el periodo analizado, es decir, suponen que no ha habido mejoras tecnológicas durante todo el periodo. Por dicha razón el incremento de la eficiencia resultante puede deberse: a una mejora en la eficiencia (lo cual nos indicaría que las empresas reaccionan ante su propia ineficiencia, algo lógico); a una mejora en la tecnología; a ambas cosas; o incluso a una mejora en la

tecnología y un empeoramiento en la eficiencia. Sería interesante incorporar covariables a la frontera que permitan discriminar entre estos aspectos.

REFERENCIAS

- Aigner, D.J. y Chu, S.F. (1968) On Estimating the Industry Production Function. *American Economic Review*, 58, 826-839.
- Aigner, D.J., Lovell, C.A.K. y Schmidt, P. (1977) Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Models. *Journal of Econometrics*, 6, 21-37.
- Battese G.E. y Coelli T.J. (1992) Frontier production functions, technical efficiency and panel data: with application to paddy farmers in India. *Journal of Productivity Analysis*, 3, 153-169.
- Battese G.E. y Coelli T.J. (1995) A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data. *Empirical economics*, 20, 325-332.
- Behr, A. (2015) *Production and Efficiency Analysis with R*. Springer
- Bogetoft, P. y Otto, L. (2011) *Benchmarking with DEA, SFR and R*. Springer
- Charnes, A.; Cooper, W.W. y Rhodes, E. (1978) Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Charnes, A.; Cooper, W.W. y Rhodes, E. (1979) Short Communication: Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 3, 339.
- Cooper, W.W.; Seiford, L.M. y Tone, K. (2007) *Data envelopment analysis*. Springer-Verlag.
- Debreu, G. (1951) The coefficient of resource utilization. *Econometrica*, 19 (3), 273-292.
- Espitia, M.A. (1986) El ratio 'Q' como instrumento de análisis financiero. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, Vol. XVI, n. 49, 133-156.
- Farrell, M.J. (1957) The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society (Series B)*, 120, 253-281.
- Gallizo, J.L. y Vázquez N. (2013) Análisis de la financiación de la empresa familiar frente a la no familiar. *Cuadernos prácticos de empresa familiar*, 2, 23-43.
- Gallizo, J.L., Moreno, J. y Sánchez, L. (2016) Empresa familiar vs. no familiar. Diferencias en la distribución de rentas. *Cuadernos Prácticos de Empresa Familiar*, 4, 7-24.
- Greene, W.H. (2007) *The Econometric Approach to Efficiency Analysis*. Recurso electrónico: <http://people.stern.nyu.edu/wgreene/StochasticFrontierModels.pdf>. [Fecha de consulta: 17-02-2017].
- Instituto de la Empresa Familiar (2015) *Una visión de la empresa familiar excelente*. Recurso electrónico: <http://www.iefamiliar.com/upload/documentos/Una%20vision%20de%20la%20empresa%20familiar%20excelentei.pdf>. [Fecha de consulta: 17-02-2017].
- Koop, G.; Osiewalski, J. y Steel, M. (1994) Bayesian Efficiency Analysis with a Flexible Form: The AIM Cost Function. *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, 339-346.

- Koop, G.; Osiewalski, J. y Steel, M. (1997) Bayesian Efficiency Analysis Through Individual Effects: Hospita Cost Frontiers. *Journal of Econometrics*, 76, 77-106.
- Koop, G. y Steel, M. (2001) Bayesian Analysis of Stochastic Frontier Models in Companion to Theoretical Econometrics, B. Baltagi, ed. Blackwell Publishers.
- Land, K.C.; Lovell, C.A.K. y Thore, S. (1993) Chance-constrained data envelopment analysis. *Managerial and Decision Economics*, 14, 541-554.
- Martikainen, M.; Nikkinen, J. y Vähämaa, S. (2009) Production functions and productivity of family firms: Evidence form the S&P 500. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 49, 295-307.
- Meeusen, W. y van den Broeck, J. (1977) Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Errors. *International Economic Review*, 18, 435-444.
- Palia, D. y Lichtenberg, F. (1999) Managerial ownership and firm performance: A re-examination using productivity measurement. *Journal of Corporate Finance*, 5, 323-339.
- Simar, L. y Wilson, P. (1998) Sensitivity analysis of efficiency scores: How to bootstrap in nonparametric frontier models. *Management Science*, 44 (1), 49-61.
- Simar, L. y Wilson, P. (2000) A general methodology for bootstrapping in non-parametric frontier models. *Journal of Applied Statistics*, 27 (6), 779-802.
- Tàpies, J. (2009) Empresa familiar: el valor de los valores. *Revista de Antiguos Alumnos IESE*, Enero-Marzo, 28-34.
- Van den Broeck, J.; Koop, G.; Osiewalski, J. y Steel, M. (1994) Stochastic frontier models: a Bayesian Perspective. *Journal of Econometrics*, 61, 273-303.

ANEXO: PROGRAMAS INFORMÁTICOS

El programa informático R 3.3.2. ha sido el software utilizado para la estimación de los modelos. En este anexo se muestran los programas informáticos utilizados para estimar cada uno de los modelos considerados en el trabajo.

1. MODELOS DE REGRESIÓN LINEAL CON EFICIENCIA CONSTANTE

Para estos modelos se ha utilizado el paquete *plm*, el cual realiza estimaciones para modelos lineales de datos de panel. Las eficiencias constantes se consiguen estimando mediante la función *plm()* con el modelo *within*, utilizando después la función *fixef()* para obtener la suma de término independiente más ineficiencia para todas las empresas, de la cual se extraen las eficiencias corrigiéndola por su máximo.

```
> # Modelo de regresión lineal con eficiencia constante y frontera común
> modelo_fixed_fc = plm(LNY~LNK+LNL,data = Datos,index=c("EM","AN"),
model="within")
> summary(modelo_fixed_fc)
Oneway (individual) effect within Model

Call:
plm(formula = y ~ x, data = Datos, model = "within", index = c("EM",
"AN"))

Balanced Panel: n=93, T=8, N=744

Residuals :
    Min.   1st Qu.   Median   3rd Qu.    Max.
-3.90000 -0.22000  0.00848  0.21400  3.56000

Coefficients :
            Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
xLNK  0.157209      0.030671   5.1256 3.918e-07 ***
xLNL  0.472692      0.050466   9.3666 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Total Sum of Squares:    367.61
Residual Sum of Squares: 275.54
R-Squared:              0.25046
Adj. R-Squared: 0.1419
F-statistic: 108.431 on 2 and 649 DF, p-value: < 2.22e-16
> efectos = fixef(modelo_fixed_fc)
> u_fixed_fc= max(efectos)-efectos
> eff_fixed_fc = exp(-u_fixed_fc)

> # Modelo de regresión lineal con eficiencia constante y frontera
específica
> modelo_fixed_fe = plm(LNY~LNKF+LNLF+LNKNF+LNLNF,data = Datos,index=c(
"EM","AN"), model="within")
> summary(modelo_fixed_fe)
```

Oneway (individual) effect within Model

```
Call:
plm(formula = y ~ x, data = Datos, model = "within", index = c("EM",
"AN"))
```

Balanced Panel: n=93, T=8, N=744

```
Residuals :
    Min. 1st Qu.  Median 3rd Qu.    Max.
-3.8900 -0.2200  0.0157  0.2140  3.5600
```

```
Coefficients :
              Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
xLNKF    0.230637     0.044403   5.1942 2.758e-07 ***
xLNKNF    0.091644     0.042263   2.1684  0.03049 *
xLNLF     0.448423     0.087005   5.1540 3.392e-07 ***
xLNLF     0.516405     0.063233   8.1668 1.663e-15 ***
---
```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```
Total Sum of Squares:    367.61
Residual Sum of Squares: 273.28
R-Squared:                0.2566
Adj. R-Squared:          0.14629
F-statistic: 55.8309 on 4 and 647 DF, p-value: < 2.22e-16
```

```
> efectos = fixef(modelo_fixed_fe)
> u_fixed_fe = max(efectos)-efectos
> eff_fixed_fe = exp(-u_fixed_fe)

> # Contraste de F de simplificacion
> Fobs = (sum(residuals(modelo_fixed_fc)^2)-sum(residuals(modelo_fixed
_fe)^2))*df.residual(modelo_fixed_fe)
> Fobs = Fobs/(2*sum(residuals(modelo_fixed_fe)^2))
> pvalor = pf(Fobs,2,df.residual(modelo_fixed_fe),lower.tail = FALSE)
> show(pvalor)
[1] 0.06985925

> # Correlaciones
> cor(eff_fixed_fc,eff_fixed_fe)
[1] 0.8980164
> cor(eff_fixed_fc,eff_fixed_fe, method=c("spearman"))
[1] 0.8559428
```

2. MODELOS DE REGRESIÓN LINEAL CON TENDENCIA LINEAL EN LA EFICIENCIA

El paquete utilizado para la estimación de estos modelos ha sido también *plm*, si bien en este caso la linealidad de las eficiencias se consigue mediante una regresión lineal con la función *lm()* introduciendo manualmente el término que otorga dicha linealidad.

```
> # Modelo de regresión lineal con eficiencia con tendencia lineal y
frontera común
> N = 93
> tmT = 2015-AN
> fi = as.factor(EM)
```

```

> x = cbind(LNK,LNL)
> modelo_t_fc = lm(LNY~LNL+LNK+SEC+fi+fi*tmT)
> summary(modelo_t_fc)

Call:
lm(formula = y ~ x + SEC + fi + fi * tmT)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-4.4578 -0.1229  0.0001  0.1271  2.8077

Coefficients: (7 not defined because of singularities)
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 15.2318597   0.8055945   18.908 < 2e-16 ***
xLNK         0.1567479   0.0406170    3.859 0.000127 ***
xLNL         0.2620776   0.0672595    3.897 0.000109 ***
SECSECD      -4.1634055   0.5800790   -7.177 2.29e-12 ***
SECSECF      -3.1329095   0.6343349   -4.939 1.04e-06 ***
SECSECG      -1.7869761   0.5595252   -3.194 0.001484 **
SECSECJ      -2.2969145   0.5998096   -3.829 0.000143 ***
SECSECK      -3.5753260   0.6207899   -5.759 1.40e-08 ***
SECSECL      -2.6270640   0.5540136   -4.742 2.69e-06 ***
SECSECM      -3.7029991   0.5871333   -6.307 5.81e-10 ***
fi2           5.3211431   0.5411152    9.834 < 2e-16 ***
fi3           4.0587614   0.5300439    7.657 8.46e-14 ***
[...]  

fi93:tmT      -0.0900650   0.1246992   -0.722 0.470440
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.5656 on 556 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9597, Adjusted R-squared:  0.9461
F-statistic: 70.8 on 187 and 556 DF, p-value: < 2.2e-16

> ait = fitted(modelo_t_fc)-x%%coef(modelo_t_fc)[2:3]
> ait.max = tapply(ait,AN,max)
> u_t_fc= rep(ait.max,N)-ait
> eff_t_fc = exp(-u_t_fc)
> cor(rep(eff_fixed_fc,each=8),eff_t_fc)
      [,1]
[1,] 0.9075869

> # Modelo de regresión lineal con eficiencia con tendencia lineal y
frontera especifica
> x = cbind(LNKF,LNLF,LNKNF,LNLNF)
> modelo_t_fe = lm(LNY~LNKF+LNLF+LNKNF+LNLNF+SEC+fi+fi*tmT)
> summary(modelo_t_fe)

Call:
lm(formula = y ~ x + SEC + fi + fi * tmT, na.action = na.exclude)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-4.4168 -0.1239 -0.0016  0.1298  2.8288

Coefficients: (7 not defined because of singularities)
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 15.631295   0.931320   16.784 < 2e-16 ***
xLNKF        0.221382   0.061638    3.592 0.000358 ***
xLNLF        0.115595   0.120876    0.956 0.339332
xLNKNF       0.086684   0.055391    1.565 0.118165

```

```

XLNLF      0.366758    0.084770    4.326 1.80e-05 ***
SECSECD    -5.099856    1.522791   -3.349 0.000866 ***
SECSECF    -2.824014    0.669888   -4.216 2.91e-05 ***
SECSECG    -2.498247    1.448249   -1.725 0.085083 .
SECSECJ    -2.817543    1.277256   -2.206 0.027798 *
SECSECK    -3.252274    0.654323   -4.970 8.92e-07 ***
SECSECL    -2.481004    0.564964   -4.391 1.35e-05 ***
SECSECM    -3.534644    0.606969   -5.823 9.78e-09 ***
fi2        4.225410    1.445760    2.923 0.003613 **
fi3        4.101230    0.534056    7.679 7.28e-14 ***
[...]
fi93:tmT    -0.081755    0.124548   -0.656 0.511831
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

```

Residual standard error: 0.5644 on 554 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.96,    Adjusted R-squared:  0.9464
F-statistic: 70.38 on 189 and 554 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

```

> ait = fitted(modelo_t_fe)-x%%coef(modelo_t_fe)[2:5]
> ait.max = tapply(ait,AN,max)
> u_t_fe= rep(ait.max,N)-ait
> eff_t_fe = exp(-u_t_fe)

> # contraste de F de simplificacion
> Fobs = (sum(residuals(modelo_t_fc)^2)-sum(residuals(modelo_t_fe)^2))
*df.residual(modelo_t_fe)
> Fobs = Fobs/(2*sum(residuals(modelo_t_fe)^2))
> pvalor = pf(Fobs,2,df.residual(modelo_t_fe),lower.tail = FALSE)
> show(pvalor)
[1] 0.1104175

> # Correlaciones
> cor(rep(eff_fixed_fc,each=8),eff_t_fc)
      [,1]
[1,] 0.9075869
> cor(rep(eff_fixed_fe,each=8),eff_t_fe)
      [,1]
[1,] 0.91753
> cor(eff_t_fc,eff_t_fe)
      [,1]
[1,] 0.9365426
> cor(eff_t_fc,eff_t_fe, method=c("spearman"))
      [,1]
[1,] 0.9712277

```

3. MODELOS DE FRONTERA ESTOCÁSTICA CON COMPONENTES DEL ERROR

Para los modelos estocásticos con componentes del error, el paquete utilizado ha sido *Frontier*, que estima por máxima verosimilitud fronteras de producción estocásticas para datos de panel mediante la función *sfa()*, a la cual se le indican efectos constantes o cambiantes mediante *timeEffect=FALSE* o *timeEffect=TRUE*, respectivamente; y distribución de las eficiencias según una Half Normal o una Normal Truncada mediante *truncNorm=FALSE* o *truncNorm=TRUE*, respectivamente.

Para realizar test de hipótesis lineales, se ha utilizado el paquete *car*, específicamente la función *linearHypothesis()*. Por último, para el test de verosimilitud de modelos anidados, la función utilizada ha sido *lrtest()*, del paquete *lmtest*.

```
> #Modelo con eficiencias invariantes y Normal Truncada
> modelo1 = sfa(LNY~LNK+LNL+SEC,data=Datos.plm,timeEffect=FALSE,truncNorm=TRUE)
> summary(modelo1)
Error Components Frontier (see Battese & Coelli 1992)
Inefficiency decreases the endogenous variable (as in a production function)
The dependent variable is logged
Iterative ML estimation terminated after 20 iterations:
cannot find a parameter vector that results in a log-likelihood value
larger than the log-likelihood value obtained in the previous step
```

```
final maximum likelihood estimates
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) 14.986876   0.437219 34.2777 < 2.2e-16 ***
LNK          0.186184   0.027147  6.8583 6.967e-12 ***
LNL          0.528605   0.045237 11.6852 < 2.2e-16 ***
SECSECD      -0.303711   0.908421 -0.3343 0.738132
SECSECF       0.746232   0.349726  2.1338 0.032862 *
SECSECG       0.461674   0.413014  1.1178 0.263646
SECSECJ      -0.021554   0.820481 -0.0263 0.979042
SECSECK       0.956619   0.334857  2.8568 0.004279 **
SECSECL      -0.259473   0.732719 -0.3541 0.723246
SECSECM      -0.137854   0.336094 -0.4102 0.681686
sigmaSq       2.500146   0.466988  5.3538 8.614e-08 ***
gamma        0.830311   0.032821 25.2980 < 2.2e-16 ***
mu           2.881595   0.311173  9.2604 < 2.2e-16 ***
---
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
log likelihood value: -902.6143
```

```
panel data
number of cross-sections = 93
number of time periods = 8
total number of observations = 744
thus there are 0 observations not in the panel
```

```
mean efficiency: 0.1170821
> eficiencias1 = eficiencias(modelo1)
> modelo11 = sfa(LNY~LNKF+LNKNF+LNLNF+LNLNF+SEC,data=Datos.plm,timeEffect=FALSE,
truncNorm=TRUE)
> summary(modelo11)
Error Components Frontier (see Battese & Coelli 1992)
Inefficiency decreases the endogenous variable (as in a production function)
The dependent variable is logged
Iterative ML estimation terminated after 28 iterations:
log likelihood values and parameters of two successive iterations
are within the tolerance limit
```

```
final maximum likelihood estimates
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) 14.780808   0.506670 29.1725 < 2.2e-16 ***
LNKF         0.169936   0.035213  4.8259 1.393e-06 ***
LNKNF        0.200368   0.031388  6.3836 1.730e-10 ***
LNLNF        0.540209   0.081363  6.6395 3.148e-11 ***
LNLNF        0.520236   0.053785  9.6725 < 2.2e-16 ***
SECSECD      -0.322790   0.872389 -0.3700 0.711378
SECSECF       0.763409   0.345145  2.2118 0.026977 *
SECSECG       0.715448   0.472661  1.5137 0.130112
SECSECJ       0.040896   0.639119  0.0640 0.948979
SECSECK       0.928152   0.336580  2.7576 0.005823 **
SECSECL      -0.248502   0.705474 -0.3522 0.724652
SECSECM      -0.168393   0.367928 -0.4577 0.647182
sigmaSq       2.415392   0.428020  5.6432 1.669e-08 ***
```

```

gamma      0.823149    0.032231 25.5392 < 2.2e-16 ***
mu         2.734030    0.407005  6.7174 1.849e-11 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
log likelihood value: -901.7206

```

```

panel data
number of cross-sections = 93
number of time periods = 8
total number of observations = 744
thus there are 0 observations not in the panel

```

```

mean efficiency: 0.1317478
> linearHypothesis(modelo11, "LNLF=LNLNF")
Linear hypothesis test

```

```

Hypothesis:
LNLF - LNLNF = 0

```

```

Model 1: restricted model
Model 2: LNY ~ LNKF + LNKNF + LNLF + LNLNF + SEC

```

```

      Df  Chisq Pr(>Chisq)
1
2  1 0.0436    0.8346
> linearHypothesis(modelo11, "LNKF=LNKNF")
Linear hypothesis test

```

```

Hypothesis:
LNKF - LNKNF = 0

```

```

Model 1: restricted model
Model 2: LNY ~ LNKF + LNKNF + LNLF + LNLNF + SEC

```

```

      Df  Chisq Pr(>Chisq)
1
2  1 0.7137    0.3982

```

```

> #Modelo con eficiencias cambiantes y Normal Truncada

```

```

> modelo2 = sfa(LNY~LNK+LNL+SEC,data=Datos.plm,timeEffect=TRUE,truncNorm=TRUE)
> eficiencias2 = efficiencies(modelo2)
> modelo22 = sfa(LNY~LNKF+LNKNF+LNLNF+LNLF+SEC,data=Datos.plm,timeEffect=TRUE,
truncNorm=TRUE)
> linearHypothesis(modelo22, "LNLF=LNLNF")
Linear hypothesis test

```

```

Hypothesis:
- LNLNF + LNLF = 0

```

```

Model 1: restricted model
Model 2: LNY ~ LNKF + LNKNF + LNLNF + LNLF + SEC

```

```

      Df Chisq Pr(>Chisq)
1
2  1 0.138    0.7103
> linearHypothesis(modelo22, "LNKF=LNKNF")
Linear hypothesis test

```

```

Hypothesis:
LNKF - LNKNF = 0

```

```

Model 1: restricted model
Model 2: LNY ~ LNKF + LNKNF + LNLNF + LNLF + SEC

```

```

      Df  Chisq Pr(>Chisq)
1
2  1 1.0279    0.3107

```



```

> #Modelo con eficiencias invariantes y Half Normal
> modelo3 = sfa(LNY~LNK+LNL+SEC,data=Datos.plm,timeEffect=FALSE,truncNorm=FALSE)
> eficiencias3 = eficiencias(modelo3)
> modelo33 = sfa(LNY~LNKF+LNKNF+LNLF+LNLNF+SEC,data=Datos.plm,timeEffect=FALSE,
truncNorm=FALSE)
> linearHypothesis(modelo33, "LNLF=LNLNF")
Linear hypothesis test

Hypothesis:
LNLF - LNLNF = 0

Model 1: restricted model
Model 2: LNY ~ LNKF + LNKNF + LNLF + LNLNF + SEC

      Df  Chisq Pr(>Chisq)
1
2  1 0.1943    0.6594
> linearHypothesis(modelo33, "LNKF=LNKNF")
Linear hypothesis test

Hypothesis:
LNKF - LNKNF = 0

Model 1: restricted model
Model 2: LNY ~ LNKF + LNKNF + LNLF + LNLNF + SEC

      Df  Chisq Pr(>Chisq)
1
2  1 1.3394    0.2471

> #Modelo con eficiencias cambiantes y Half Normal
> modelo4 = sfa(LNY~LNK+LNL+SEC,data=Datos.plm,timeEffect=TRUE,truncNO
rm=FALSE)
> eficiencias4 = eficiencias(modelo4)
> modelo44 = sfa(LNY~LNKF+LNKNF+LNLF+LNLNF+SEC,data=Datos.plm,timeEffe
ct=TRUE,truncNorm=FALSE)
> linearHypothesis(modelo44, "LNLF=LNLNF")
Linear hypothesis test

Hypothesis:
LNLF - LNLNF = 0

Model 1: restricted model
Model 2: LNY ~ LNKF + LNKNF + LNLF + LNLNF + SEC

      Df  Chisq Pr(>Chisq)
1
2  1 0.3409    0.5593
> linearHypothesis(modelo44, "LNKF=LNKNF")
Linear hypothesis test

Hypothesis:
LNKF - LNKNF = 0

Model 1: restricted model
Model 2: LNY ~ LNKF + LNKNF + LNLF + LNLNF + SEC

      Df  Chisq Pr(>Chisq)
1
2  1 1.674    0.1957

```

```

> #Qué modelo elegimos?
> lrtest(modelo1,modelo3)
Likelihood ratio test

Model 1: modelo1
Model 2: modelo3
#Df  LogLik Df  Chisq Pr(>Chisq)
1   13 -902.61
2   12 -911.75 -1  18.27  1.917e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> lrtest(modelo2,modelo4)
Likelihood ratio test

Model 1: modelo2
Model 2: modelo4
#Df  LogLik Df  Chisq Pr(>Chisq)
1   14 -900.4
2   13 -909.3 -1  17.802  2.451e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> lrtest(modelo3,modelo4)
Likelihood ratio test

Model 1: modelo3
Model 2: modelo4
#Df  LogLik Df  Chisq Pr(>Chisq)
1   12 -911.75
2   13 -909.30  1  4.9044  0.02679 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```